Anexo 2: Intensificación 3º EES Nº1

Operaciones combinadas

En la página 25 pueden repasar los pasos para resolver estas operaciones.

Las **operaciones combinadas con números racionales** se resuelven de la misma manera que las operaciones combinadas con números enteros.

$\frac{1}{4}+\frac{4}{5}.5:\frac{16}{3}-\frac{3}{8}.\frac{1}{2}=$ **1.** Se separa en términos.

$\frac{1}{4}+4.\frac{3}{16}-\frac{3}{16}=$ **2.** Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.

$\frac{4}{16}+\frac{12}{16}-\frac{3}{16}=\frac{13}{16}$ **3.** Se resuelven las sumas y restas.

Si en el cálculo hay paréntesis, primero se resuelven las operaciones que ellos encierran. Luego, se tienen en cuenta los pasos anteriores.

$1+\left(\frac{2}{5}+\frac{11}{10}.4\right):2-\frac{1}{10}=$ **1.** Se separa en términos.

$1+\left(\frac{2}{5}+\frac{22}{5}\right):2-\frac{1}{10}=$ **2.** Se resuelven los paréntesis. En este caso, tiene dos términos.

$1+\frac{24}{5}:2-\frac{1}{10}=$

$1+\frac{24}{5}.\frac{1}{2}-\frac{1}{10}=$ **3.** Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.

$1+\frac{24}{10}-\frac{1}{10}=\frac{33}{10}$ **4.** Se resuelven las sumas y restas.

El siguiente problema se puede resolver a través de un cálculo combinado.

Una calle se asfaltó en distintas etapas: un tercio el primer día, un cuarto de lo que quedaba el segundo día, y se completó el trabajo el tercer día. ¿Qué parte de la calle se asfaltó el tercer día?

$$1-\frac{1}{3}-\left(1-\frac{1}{3}\right):4=\frac{1}{2}$$

El tercer día se asfaltó la mitad de la calle.

Actividad 1: Respondan y expliquen la respuesta

1. ¿Es verdadera la siguiente igualdad? $\frac{9}{5}-\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=\frac{9}{5}-\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)$
2. ¿En qué orden se resuelven las operaciones del siguiente cálculo? $\frac{2}{5}:\frac{5}{2}\cdot\frac{4}{3}=$
3. ¿En qué orden se resuelven las operaciones del siguiente cálculo? $\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{1}{15}=$

Operaciones con expresiones decimales. Porcentaje

INFOACTIVA

El resultado de **multiplicar dos expresiones decimales finitas** tiene tantos lugares decimales como la suma de los lugares decimales de los factores.

Cuando se **multiplica una expresión decimal por 10, 100, 1000**, etc., se corre la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga el 10, 100, 1000, etc.

$$1{,}21 \,.\, 10 = \frac{121}{100} \cdot 10 = \frac{121}{10} = 12{,}1$$

Para realizar la **división decimal**, se debe multiplicar el dividendo y el divisor por 10, 100, 1000, para que el divisor sea un número natural.

$$\begin{array}{ccc} 43{,}25 & : & 1{,}5 \\ \downarrow .\,10 & & \downarrow .\,10 \\ 432{,}5 & : & 15 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 22{,}8 & : & 4{,}12 \\ \downarrow .\,100 & & \downarrow .\,100 \\ 2280 & : & 412 \end{array}$$

Cuando se **divide una expresión decimal por 10, 100, 1000**, etc., se corre la coma a la izquierda tantos lugares como ceros tenga 10, 100, 1000, etc.

Para calcular la **potencia o raíz de una expresión decimal**, se puede escribir la forma fraccionaria de la expresión y luego, se resuelve la operación.

$$0{,}7^2 = \left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100} = 0{,}49 \qquad \sqrt{0{,}09} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

En la página 41 pueden repasar cómo se resuelve la potenciación y la radicación de fracciones.

Porcentaje

Un **porcentaje** indica la proporción de un entero. Para comprender cómo se obtiene un porcentaje se puede tener en cuenta el siguiente ejemplo:

$$28\% \text{ de } 300 = \frac{28}{100} \cdot 300 = \frac{28 \,.\, 300}{100} = 84$$

Actividad 2: Respondan y expliquen la respuesta

1. ¿Qué estrategia se puede utilizar para multiplicar 5,24 . 0,3?
2. En el cálculo 5 : 1,2, ¿conviene multiplicar ambos números por cien?
3. El 13% de 1 690, ¿es lo mismo que 0,13 . 1 690?

Actividad 3: Planteen y resuelvan.

a) Natalia compró una remera de $125,30 y unas botas de $339,80. ¿Cuánto gastó en total?
b) Marina tenía ahorrados $578,35, su madrina le regaló $137,20 y luego gastó $308,75 en un par de lentes. ¿Cuánto dinero tiene ahorrado aún?
c) En una carnicería, el kilogramo de lomo cuesta $75,70. Si Claudio compró 2 kilogramos y medio, ¿cuánto dinero gastó?

Actividad 4: Resuelvan las siguientes situaciones y redondeen el resultado a los centésimos, si es necesario

d) Daniela compró una licuadora que costaba $355,5. Como abonó en efectivo, le hicieron un descuento del 20%. ¿Cuánto pagó por la licuadora?
e) Silvia compró la misma licuadora que Daniela, pero como abonó con tarjeta de crédito, le recargaron un 16%. ¿Cuánto pagó Silvia?
f) A una fiesta de egresados asistieron 160 personas. El 25% de los asistentes era de otras escuelas y de los restantes, el 15% eran los alumnos organizadores. ¿Cuántos chicos de otras escuelas asistieron a la fiesta? ¿Cuántos chicos la organizaron?

REPRESENTACIÓN DECIMAL DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Los números racionales se caracterizan por tener un desarrollo decimal finito o infinito, y según esto, la expresión sólo puede ser de tres tipos:

- Exacta: la parte decimal tiene un número finito de cifras. Ejemplo: $\frac{8}{5} = 1{,}6$
- Periódica pura: toda la parte decimal se repite indefinidamente. Ejemplo: $\frac{1}{7} = 0{,}142857142857\ldots = 0,\overline{142857}$
- Periódica mixta: no toda la parte decimal se repite. Ejemplo: $\frac{1}{60} = 0{,}01666\ldots = 0{,}01\overline{6}$

REPRESENTACIÓN RACIONAL DE LOS NÚMEROS DECIMALES

Recíprocamente, todo número con un desarrollo decimal puede expresarse en fracción de la siguiente manera:

- **Decimales exactos o finitos:** Se escribe en el numerador la expresión decimal sin la coma (como un número entero), y en el denominador un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales.

  Ejemplo: $34{,}65 = \frac{3465}{100}$ $\quad 24{,}5 = \frac{245}{10}$ $\quad 5{,}678 = \frac{5678}{100}$
- **Decimales periódicos puros:** La fracción de un número decimal periódico tiene como numerador la diferencia entre el número escrito sin la coma, y la parte anterior al periodo; y como denominador, tantos "9" como cifras tiene el periodo.

  Ejemplo: $15,\overline{34} = \frac{1534-15}{99}$
- **Decimales periódicos mixtos:** Tendrá como numerador la diferencia entre a y b, donde a es el número escrito sin la coma, y b es el número sin la parte decimal periódica, escritos ambos como números enteros. El denominador tendrá tantos "9" como cifras tiene el periodo y otros tantos "0" como cifras decimales no periódicas haya.

  Ejemplo: Sea el número 12,345676767… entonces $a = 1234567\ y\ b = 1234$, por lo que el numero buscado es $12{,}345\overline{67} = \frac{1234567-1234}{99000}$

Actividad 5: Realicen el pasaje a fracción y, si es posible, simplifiquen hasta llegar a la irreducible.

a) $1{,}25 =$ *b)* $-7{,}8 =$ *c)* $2,\hat{6} =$ *d)* $3,\hat{4} =$ *e)* $4,\hat{3} =$ *f)* $1{,}4\hat{8} =$ *g)* $-0{,}1\hat{7} =$

Actividad 6: En este dominó racional hay un error. ¿Cuál? Recuerda que, para colocar una ficha al lado de la otra, los valores que se juntan deben coincidir (en este caso deben ser equivalentes). No le des importancia a los colores de las fichas.

$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{3}$	$2,\hat{6}$			$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	$0,\hat{3}$	$\frac{11}{33}$
		$\frac{5}{4}$	$1{,}25$	$\frac{25}{20}$	$\frac{75}{60}$			$\frac{7}{10}$

Actividad 7: **Realiza el pasaje a fracción, separa en términos y resuelve. Para realizar los pasajes te recomiendo que lo hagas a un costado de la hoja y simplifiques la fracción obtenida.**

$a)\ \frac{1}{2} + \frac{3}{4} : \frac{1}{8} =$

$b)\ \frac{1}{5} - \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{3}{10} =$

$c)\ -\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} : \frac{2}{3}\right) + 1 =$

$d)\ \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left(1 + \frac{1}{2}\right) =$

$e)\ \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \frac{1}{12} =$

$f)\ 0,\hat{3} + \frac{1}{4} - 1,\hat{7} =$

$g)\ \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^2 + 1{,}2 : \left(0,\hat{3}\right)^2 =$

$h)\ \sqrt{1{,}44} : 0{,}5 + 0{,}25 \cdot (-0{,}2)^3 =$

$i)\ \frac{5}{6} \cdot (-0{,}5) + \sqrt[3]{\frac{1}{9} : (-3)} + 0,\hat{6} =$

Potenciación y radicación: Propiedades

Para la potenciación y radicación de números racionales se verifican las mismas propiedades que en los números enteros.
Para la potencia:

Propiedad	Ejemplo
Producto de Potencias de Igual Base	$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}\right)^{2+3+1} = \left(\frac{3}{5}\right)^6$
Se deja la misma base y se suman las potencias.	
Cociente de Potencias de Igual Base	$\left(\frac{1}{3}\right)^5 \div \left(\frac{1}{3}\right)^2 \div \left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^{5-2-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$
Se deja la misma base y se restan las potencias.	
Potencia de otra potencia.	$\left[\left(\frac{2}{7}\right)^3\right]^{-1} = \left(\frac{2}{7}\right)^{3\times(-1)} = \left(\frac{2}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{2}\right)^3$
Se deja la base y se multiplican las potencias.	

Propiedad	Ejemplo
Propiedad distributiva de la multiplicación y división.	$\left(\frac{1}{9}\times\frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{9}\right)^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2$ $\left(\frac{8}{7}\div\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{8}{7}\right)^3 \div \left(\frac{5}{2}\right)^3$
La potencia se puede distribuir en la multiplicación y división.	

Para la radicación:

Propiedad	Ejemplo	
Propiedad distributiva de la multiplicación y la división.	$\sqrt[3]{\frac{64}{27}\times\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{\frac{64}{27}} \times \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$	$\sqrt[3]{\frac{216}{125}\div\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\frac{216}{125}} \div \sqrt[3]{\frac{1}{27}}$
Se puede distribuir la raíz en ambas fracciones, siempre que estén multiplicando.		
Raíz de otra raíz.	$\sqrt{\sqrt{\frac{1}{256}}} = \sqrt[2\times2]{\frac{1}{256}} = \sqrt[4]{\frac{1}{256}}$	
Cuando hay una raíz de otra raíz, se pueden multiplicar los índices de ambas raíces y dejar una sola.		
Simplificación de índices y exponentes.	$\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^8} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{\overset{2}{\cancel{8}\div4}}{\underset{1}{\cancel{4}\div4}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$	$\sqrt[6]{\left(\frac{3}{4}\right)^{15}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{\overset{5}{\cancel{15}\div3}}{\underset{2}{\cancel{6}\div3}}} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^5}$

Actividad 8: Responder y explicar las respuestas

a) ¿A qué es igual $\left(-\frac{1}{3}\right)^0$? ¿Y $\left(-\frac{1}{3}\right)^1$?

b) ¿A qué es igual $\sqrt[2]{-\frac{1}{4}}$?

c) ¿La raíz de la suma, es igual a la suma de las raíces?

d) ¿Cómo se escribe en exponente fraccionario $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^2}$?

Actividad 9: resolver las siguientes potencias y raíces aplicando las propiedades cuando sea posible.

a.	$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} =$	e.	$\sqrt{\sqrt{16}} =$	i.	$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^0 =$
b.	$\left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}\right)^2 =$	f.	$\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{8}} =$	j.	$\left(-\frac{1}{5}\right)^4 \div \left(-\frac{1}{5}\right)^2 =$
c.	$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 \div \left(\frac{2}{5}\right)^4 =$	g.	$\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} =$	k.	$\left[\left(\frac{3}{10}\right)^2\right]^2 =$
d.	$(-3) \times (-3)^2 \times (-3) =$	h.	$(-2)^7 \div (-2)^3 =$	l.	$0{,}2 \times 0{,}2^2 =$

Lenguaje simbólico. Ecuaciones

INFOACTIVA

El lenguaje de las palabras, que puede ser oral o escrito, se denomina lenguaje coloquial. La matemática utiliza un lenguaje particular denominado **lenguaje simbólico**.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El triple de un número.	$3 . x$
La cuarta parte de un número.	$a : 4$
El anterior de un número.	$b - 1$
El doble de un número, disminuido en cuatro.	$2 . x - 4$

Si entre un número y la letra no se indica la operación, se entiende que hay un signo de multiplicar.

$$6 . x = 6x$$

Una **ecuación** es una igualdad en la que hay, por lo menos, un valor desconocido llamado **incógnita**.

$$\underbrace{x - 3}_{1.^{\circ}\ miembro} = \underbrace{20}_{2.^{\circ}\ miembro}$$

Resolver una ecuación significa encontrar el valor o los valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad. Cada valor de la incógnita es una **solución** de la ecuación.

Para resolver una ecuación, se deben obtener **ecuaciones equivalentes**, es decir, con la misma solución, teniendo en cuenta las siguientes **propiedades**.

- Se suma o resta un mismo número a ambos miembros de la igualdad.
- Se multiplica o divide por un mismo número (distinto de cero) a ambos miembros de la igualdad.
- Se aplica una potencia o raíz a ambos miembros de la igualdad.

$$x+3=12 \qquad 6.x=42 \qquad x^4=81$$
$$x+3-3=12-3 \qquad 6.x:6=42:6 \qquad \sqrt[4]{x^4}=\sqrt[4]{81}$$
$$x=9 \qquad x=7 \qquad x=3$$

$$x-8=21 \qquad x:5=8 \qquad \sqrt[3]{x}=5$$
$$x-8+8=21+8 \qquad x:5.5=8.5 \qquad \sqrt[3]{x}^3=5^3$$
$$x=29 \qquad x=40 \qquad x=125$$

Actividad 10: Respondan y expliquen las respuestas.

1. El siguiente de un número, ¿cómo se expresa en lenguaje simbólico?
2. ¿Cómo se traduce x^2 al lenguaje coloquial?
3. La ecuación 5x + x + 2x = 56, ¿es equivalente a 7x = 56?

Actividad 11: Traduzcan a lenguaje simbólico las siguientes expresiones.

a. El doble de un número.
b. El anterior del doble de un número.
c. El doble del anterior de un número.
d. La mitad de un número.
e. La diferencia entre un número y su anterior.
f. El producto entre el doble de un número y su consecutivo.

Actividad 12: Planteen la ecuación y resuelvan. Luego verifiquen.

a. El doble de la edad de Mariana es igual a la mitad de cincuenta y seis. ¿Cuál es la edad de Mariana?
b. El precio de tres kilogramos de helado es igual a cuatro veces cuarenta y cinco. ¿Cuánto cuesta el kilo de helado?
c. El peso de Luca aumentado en seis es igual a la mitad de veinte kilogramos. ¿Cuántos kilogramos pesa Luca?
d. La cuarta parte de lo vendido en el puesto de panchos es igual al doble de ciento ocho. ¿Cuánto se vendió en total

Actividad 13: Resuelvan las ecuaciones y verifiquen.

a. (x + 12) : 6 – 5 = 3
b. (x – 3) : 3 + 20 = 4^2 + 8
c. 5x – 100 = 69 – 8x
d. 6x – 18 + 2x = 3x + 17 . 6
e. 3 . (x + 5) – 2x + 1 = 48 : 3
f. (x – 2) . 4 + 36 = 45 . 2 + x + 4

INECUACIONES

María compró 3kg de naranjas, 2kg de manzanas y cierta cantidad de kg de mandarinas. Todo esto pesaba menos de 10 kg. ¿Cuántos kg de mandarina pudo haber comprado María?

$3 + 2 + x < 10$
$5 + x < 10$
$x < 10 - 5$
$x < 5$

A veces la resolución de un problema se plantea con una desigualdad. Estas desigualdades reciben el nombre de "inecuaciones".

¿Qué es una inecuación?

Una inecuación es una desigualdad algebraica en la que sus dos miembros aparecen ligados por uno de estos signos:
$<$ Menor que: $2x - 1 < 7$
$\leq$ Menor o igual que: $2x - 1 \leq 7$
$>$ Mayor que: $2x - 1 > 7$
$\geq$ Mayor o igual que: $2x - 1 \geq 7$

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
Cualquier número mayor que 8	$x > 8$
Cualquier número menor que 0	$x < 0$
Cualquier número menor o igual que 4	$x \leq 4$
Cualquier número mayor o igual que 9	$x \geq 9$

Una inecuación se resuelve de igual manera que una ecuación. Resolver una inecuación implica hallar el o los valores de la incógnita que verifica dicha desigualdad.
Al resolver una inecuación se encuentra un conjunto de valores que la verifican; este conjunto se llama **conjunto solución**. Podemos expresar la solución de la inecuación mediante una **representación gráfica** o un **intervalo.**

Ejemplos:

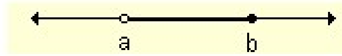
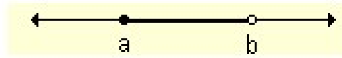
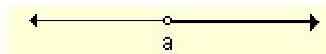
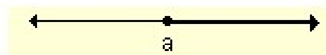
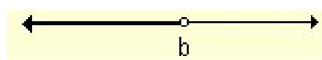
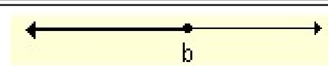
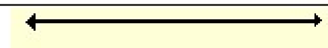
a) Resolver la ecuación:

$2x - 1 < 7$
$2x < 7 + 1$
$2x < 8$
$x < 8 : 2$
$x < 4$ S $(-\infty, 4)$ Representación gráfica:

b) Resolver la ecuación:

$2x - 1 \leq 7$
$2x \leq 7 + 1$
$2x \leq 8$
$x \leq 8 : 2$
$x \leq 4$ S $(-\infty, 4]$ Representación gráfica:

En el siguiente cuadro podemos ver como se clasifican los intervalos y cuál sería su representación gráfica

Nombre del intervalo	Notación conjuntista	Notación de intervalos	Representación gráfica
Abierto	{x / a < x < b}	(a, b)	
Semicerrado a derecha	{x / a < x ≤ b}	(a, b]	
Semicerrado a izquierda	{ x / a ≤ x < b}	[a, b)	
Cerrado	{ x / a ≤ x ≤ b}	[a, b]	
Infinito abierto a izquierda	{ x / x > a}	(a, +∞)	
Infinito cerrado a izquierda	{ x / x ≥ a}	[a, +∞)	
Infinito abierto a derecha	{ x / x < b}	(–∞ , b)	
Infinito cerrado a derecha	{ x / x ≤ b}	(–∞ , b]	
Infinito	R	(–∞ , +∞)	

Actividad 14: Representen en una recta numérica el conjunto solución de cada una de las siguientes desigualdades.

1. $x > -3$

2. $x < -7$

3. $x \geq -2$

4. $-1 < x < 3$

5. $2 \leq x \leq 7$

6. $-4 < x \leq 0$

Para poder resolver inecuaciones deben tenerse en cuenta algunas propiedades:

- Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o se les resta un mismo número, la inecuación resultante es equivalente a la dada.

  3x + 2 - 2 < 5 - 2
  3x < 5 – 2
  3x : 3 < 3 : 3
  x < 3 : 3
  x < 1

- Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismo número positivo, la inecuación resultante es equivalente a la dada.

2x : 2 < 6: 2
x < 3

- Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismo número negativo, la inecuación resultante CAMBIA de sentido y es equivalente a la dada.

  -x ≤ 5
  -x. (-1) ≥ 5. (-1)
  x ≥ -5

Actividad 15: **Resuelve las siguientes inecuaciones. Representar la solución en intervalos y gráficamente.**

$a)\ 2(x-4) < 3x+2$ $\qquad c)-5(x-3) \geq 2(-x+1)$ $\qquad e)-3x+\frac{1}{2} < \frac{5}{6}$

$b)\ 4x-1 \geq 2x+5$ $\qquad d)\ \frac{1}{2}x+3 > 5$ $\qquad f)\ 3-\frac{1}{4}x < \frac{5}{4}$